

1. a) Si on ne sait pas que la diagonale d'un carré de côté c mesure $c\sqrt{2}$, on peut appliquer le théorème de Pythagore dans ADC rectangle en D .

Il vient $AC = 3\sqrt{2}$

Dans ACG rectangle en C , d'après le théorème de Pythagore il vient :

$$\begin{aligned} AG^2 &= AC^2 + CG^2 \\ &= (3\sqrt{2})^2 + 4^2 = 9 \times 2 + 16 \\ &= 36 \end{aligned}$$

Donc $AG = \sqrt{36}$. (on retrouve, heureusement le résultat du 3. a.)

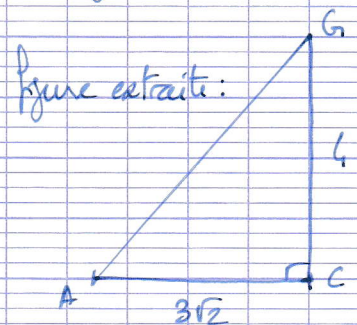
1. b) $AG = \sqrt{36}$, $AG^2 = 36$

$$AD = 3, \quad AD^2 = 9$$

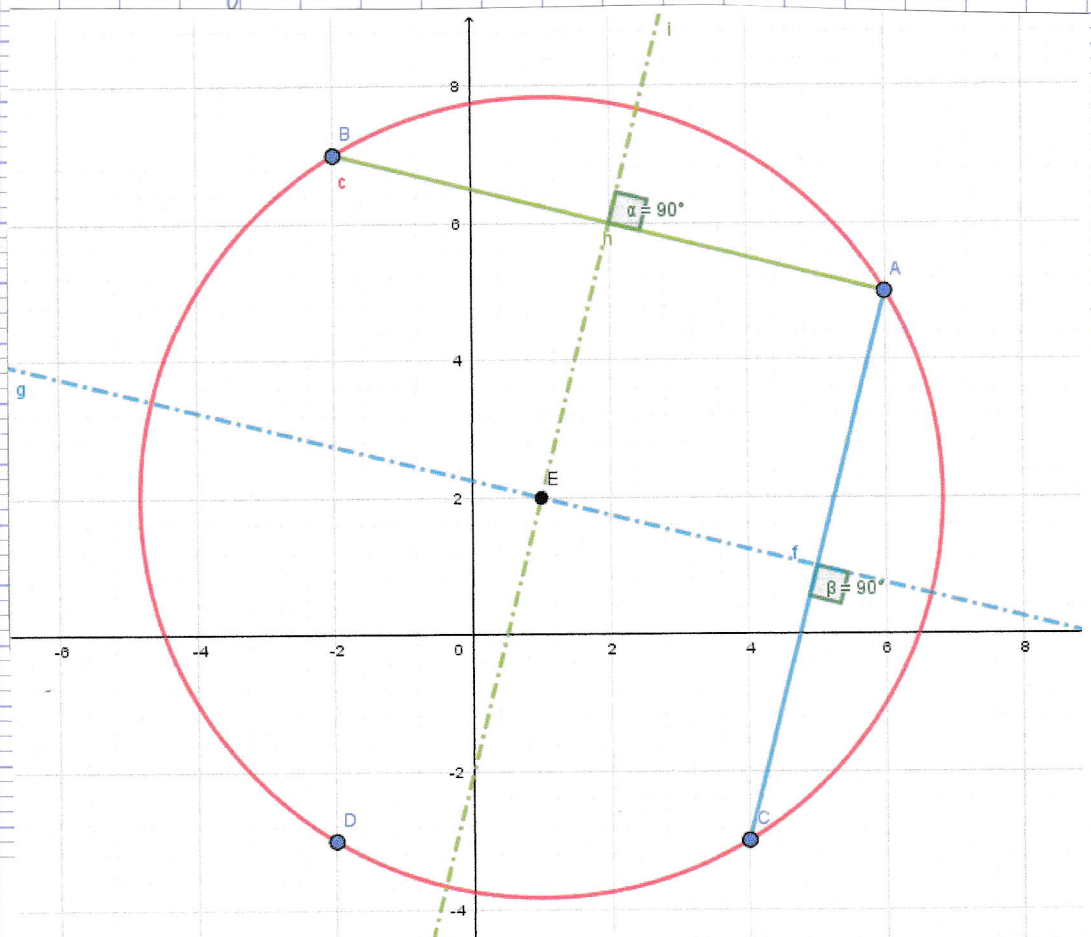
$$DG = 5, \quad DG^2 = 25 \quad (\text{question 2})$$

$$\text{Donc } DG^2 + AD^2 = 25 + 9 = 36 = AG^2$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, AGD est rectangle en D .



02.11



Soit $E(1;2)$ (On a trouvé ce point en construisant l'intersection des médiatrices de deux côtés du cercle, ici $[AB]$ et $[AC]$).

$$EA^2 = (6-1)^2 + (5-2)^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 36$$

$$EB^2 = (-2-1)^2 + (7-2)^2 = 9 + 25 = 36$$

$$EC^2 = (4-1)^2 + (-3-2)^2 = 9 + 25 = 36$$

$$ED^2 = (-2-1)^2 + (-3-2)^2 = 9 + 25 = 36.$$

Donc $EA^2 = EB^2 = EC^2 = ED^2$, et on travaille dans $\mathbb{R}^+$ (distances),

$$\text{donc } EA = EB = EC = ED = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

|| Les points A, B, C, D sont sur le même cercle de centre E et de rayon 6 cm.

02.I 1.) Dans ABC rectangle en A, notons $\alpha = \widehat{ABC}$ et $\beta = \widehat{BCA}$.

La somme des mesures des trois angles du triangle est 180° ,

$$\text{donc } \alpha + 90^\circ + \beta = 180^\circ$$

Donc $\alpha + \beta = 180 - 90$ (on dit que α et β sont complémentaires)

$$\text{Donc } \alpha = 90 - \beta. \quad (*)$$

Dans AKC rectangle en K, de la même manière

$$\text{on a : } \widehat{AKC} + \widehat{KCA} + \widehat{CAK} = 180^\circ$$

$$90^\circ + \widehat{BCA} + \widehat{KAC} = 180^\circ$$

$$90^\circ + \beta + \widehat{KAC} = 180^\circ$$

$$\text{Donc } \widehat{KAC} = 180 - 90 - \beta$$

$$\widehat{KAC} = 90 - \beta$$

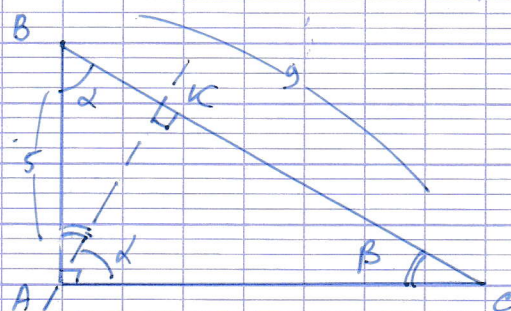
$$\widehat{KAC} = \alpha \quad (\text{voir } (*))$$

|| Finalement, $\widehat{ABC} = \widehat{KAC} = \alpha$.

2.) On a, dans les triangles ABK et ABC :

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{ABK} = \widehat{ABC} = \alpha \\ \widehat{AKB} = \widehat{ACB} = 90^\circ \end{array} \right.$$

$$\text{Et } \widehat{BAC} = \widehat{BAK} + \widehat{KAC} = \widehat{BAK} + \alpha = 90^\circ$$



(α : alpha
 β : bêta
 γ : gamma)

Donc $\widehat{BAK} = 90^\circ - \alpha = \beta$.

Donc on a aussi $\widehat{BAK} = \widehat{BCA} = \beta$,

|| Donc les triangles ABC et KBA sont semblables,

d'où $\frac{AK}{AC} = \frac{AB}{BC}$ (**)

3^a) Dans ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore

on a: $9^2 = 5^2 + AC^2$

$AC^2 = 81 - 25$

$AC^2 = 56 = 2^3 \times 7$

|| Donc $AC = 2\sqrt{14}$ cm.

3^b) On remplace, dans (**), les grandeurs connues par leur

valeur: $\frac{AK}{2\sqrt{14}} = \frac{5}{9}$

|| Donc $AK = \frac{5}{9} \times 2\sqrt{14} = \frac{10}{9} \sqrt{14}$ cm

As pas de
valeurs approchées
ni ce n'est pas
demandé par
l'énoncé!

De la même manière, les
triangles ABC et ACK sont semblables,

d'où: $\frac{CK}{AC} = \frac{AC}{BC}$

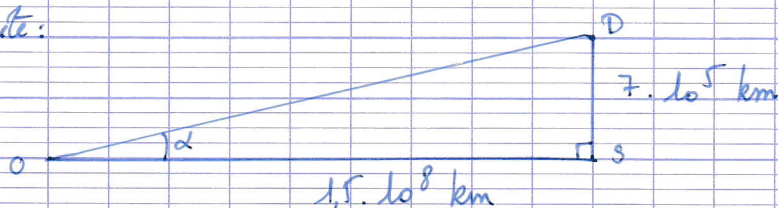
$\frac{CK}{2\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{9}$

$CK = \frac{2\sqrt{14}}{9} \times 2\sqrt{14}$

|| $CK = \frac{6 \times 14}{9} = \frac{56}{9}$ cm

02.5

Figure extraite:



1°a) Dans $\triangle SOD$ rectangle en S :

$$\begin{aligned}\tan(\widehat{SOD}) &= \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{SD}{OS} = \frac{7 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^8} \\ &= \frac{7 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^8 \times 10^3} = \frac{7}{1,5 \cdot 10^3} = \frac{7}{1,5} \cdot 10^{-3} \\ &\approx 4,67 \cdot 10^{-3} \approx 0,00467\end{aligned}$$

$$\widehat{SOD} = \arctan(4,67 \cdot 10^{-3}) \approx 0,267569$$

$$\parallel \widehat{SOD} \approx 0,3^\circ$$

1°b) A encre d'écraser, il faut démontrer que $OD = OE$.

Dans $\triangle OSE$ rectangle en S , on montrera de la même manière que $\widehat{SOE} \approx 0,3^\circ$ puisque $SD = SE$ (rayon).

$$\text{Donc } OE \approx \frac{7 \cdot 10^5}{\sin(0,3^\circ)} \approx OD.$$

(l'égalité est exacte, raisonne par symétrie axiale/OS).

$$\begin{aligned}1^\circ c) \quad \tan(\widehat{SOE}) &= \frac{7}{1,5} \cdot 10^{-3} \text{ comme au 1°a,} \\ \text{d'où } \widehat{SOE} &= \widehat{SOD} \\ &\approx 0,3^\circ\end{aligned}$$

$$\parallel \text{Finalement, } \alpha \approx 0,6^\circ$$

2°) Il suffit que le diamètre apparent de la lune soit supérieur au $\frac{1}{2}$ à celui du soleil.

Calcul du diamètre apparent α' de la lune:

$$\begin{aligned}\tan\left(\frac{\alpha'}{2}\right) &= \frac{1,75 \cdot 10^3}{3,84 \cdot 10^5} \approx 0,456 \cdot 10^{-2} \approx 4,56 \cdot 10^{-3} \\ &\approx 0,00456\end{aligned}$$

$$\frac{\alpha'}{2} \approx 0,26^\circ, \text{ donc } \alpha' \approx 0,52^\circ$$

Le diamètre apparent de la lune est $\alpha' \approx 0,52^\circ$,

alors que celui du soleil est $\alpha \approx 0,3^\circ$.

La lune apparaît donc "plus grande" que le soleil (depuis la Terre), donc une éclipse est possible.